

Hallar el determinante de la matriz $|A|$

Hallar
 $|A|$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$A_{4 \times 4}$

Solución del ejercicio

Por definición, en algebra lineal, toda matriz de orden cuadrado tiene determinante, es decir, una matriz tiene determinante si y solo si es de orden cuadrático, o sea, 1×1 , 2×2 , 3×3 , 4×4 , 5×5 , etc...

El determinante de una matriz se denota como $|A|$ o $\det A$, siendo A una matriz cuadrada $|A|_{n \times n}$ y el resultado es un escalar positivo o negativo según el cálculo realizado con sus elementos.

Si $A = [(a_{11} \ a_{12} \ a_{13} \ a_{14}), (a_{21} \ a_{22} \ a_{23} \ a_{24}), (a_{31} \ a_{32} \ a_{33} \ a_{34}), (a_{41} \ a_{42} \ a_{43} \ a_{44})]$ $n \times n$ donde $n = 4$ entonces $|A| = a_{11} * |mIn[a_{11}]| - a_{12} * |mIn[a_{12}]| + a_{13} * |mIn[a_{13}]| - a_{14} * |mIn[a_{14}]|$, es decir el determinante de una matriz de orden 4×4 es el producto de cada elemento de la primera fila por el respectivo determinante interno de 3×3 . Este determinante interno que lo llamamos con fines de entendimiento como *mIn*, se obtiene cancelando toda la fila y columna donde se encuentra el elemento actual, quedando una matriz $A_{3 \times 3}$. Los signos de cada elemento de la primera fila son alternados. Este proceso resume la explicación técnica o estricta del cálculo de los cofactores de cada elemento de la primera fila y la matriz adjunta.

Las propiedades básicas más comunes que maneja el cálculo de determinantes es el producto por escalar.

Entonces, hallando el determinante a la matriz A se tiene:

$$\begin{aligned}
 |A| &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 * \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} - 2 * \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \\
 &\quad + 4 * \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} - 1 * \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \\
 &= -3
 \end{aligned}$$

Para calcular el determinante de una matriz de $A_{3 \times 3}$ Puede visitar una más de las tutorías, en donde se explica el cálculo del determinante para este orden de matrices.